

Concours d'accès à la formation de 3eme cycle

Option : Construction en Zone Sismique

Epreuve M.M.C Variante2

Durée : 1h30

-Questions de Cours- (6points) au choix

Choix1

- Donner la démarche pour aboutir à l'équation de l'ellipsoïde de Lamé des contraintes.
- Dans le tenseur sphérique (contraintes ou déformations), comment sont les directions propres?
- Pour passer du tenseur de déformation de Green et celui de Lagrange, quelle hypothèse doit-t-on faire?
- Combien d'équations de compatibilité des déformations au total nous avons (en3D)? A combien elles se réduisent?

Choix2

- donner la démarche qui conduit à l'équation cubique des contraintes
- connaissant les déformations ϵ_x , ϵ_y et γ_{xy} , déterminer la déformation ϵ_x dans un plan faisant un angle θ avec l'axe x.
- expliquer comment tracer le cercle de Mohr pour un état de contraintes planes.

EX1 : (6points)

L'état de contraintes dans un cylindre est de la forme:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \text{avec}$$

$$\frac{\tau_{xz} + \tau_{yz}}{2} + \frac{\sigma_z - \tau_{yz}}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xz} \sin 2\alpha$$

~~15~~ - 6
y

$$\begin{cases} \tau_{xz} = -\frac{P}{r^2} (5x^2 + y^2 - kr^2) \\ \tau_{yz} = -\frac{2P}{r^2} xy \\ \sigma_z = -k \frac{2P}{r^2} (h-z)x \end{cases}$$

$$-\frac{2kP}{r^2} h + \frac{2P}{r^2} z x \quad \frac{2Pk}{r^2} z x$$

$$-k \times k \frac{2P}{r^2} h + \frac{k2P}{r^2} z x$$

$$-\frac{10P}{r^2} h + \frac{2P}{r^2} z x - \frac{k2P}{r^2} z x$$

$$-10kP h =$$

Dans ces expressions, P représente une constante positive connue, k une constante à déterminer et r le rayon. Le cylindre est en équilibre statique, sa surface latérale n'est soumise à aucune force extérieure et les forces de volume sont négligeables.

1. A partir des équations d'équilibre, déterminer la valeur de k.
2. Au point $M\left(\frac{\sqrt{3}}{3}r, \frac{\sqrt{3}}{3}r, h\right)$, donner le vecteur contrainte dans la direction de l'axe z.

EX2: (8points)

En un point M d'un milieu continu, on donne le tenseur des contraintes, défini dans un repère orthonormé par la matrice :

$$\Sigma = k \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} & 0 & 2\sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{2}/3 & 0 \\ 2\sqrt{3} & 0 & 3\sqrt{2} \end{pmatrix} \text{ MPa} \quad k: \text{ constante positive}$$

- 1 - Représenter les composantes du tenseur Σ sur un parallélépipède élémentaire de cotés dx , dy , dz dans le repère $(M, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- 2 - Déterminer les composantes σ et τ du vecteur contrainte dans la direction: $\vec{n} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$
- 3 - Déterminer les contraintes principales et le repère principal.
- 4 - Calculer la contrainte tangentielle maximale.
- 5 - Trouver l'ellipsoïde de LAME des contraintes.

$$\left| \frac{\sigma_{11}}{\sigma_1} \right|^2 = 1$$

$$26 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{14\sqrt{2}}{3} - \frac{8}{3} = \frac{12\sqrt{2}}{3} + 24\sqrt{3}$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 14 + \frac{2}{3} \\ \frac{123}{9} \end{matrix}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{t^2 - 2^2}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{15} = \frac{16}{15}$$